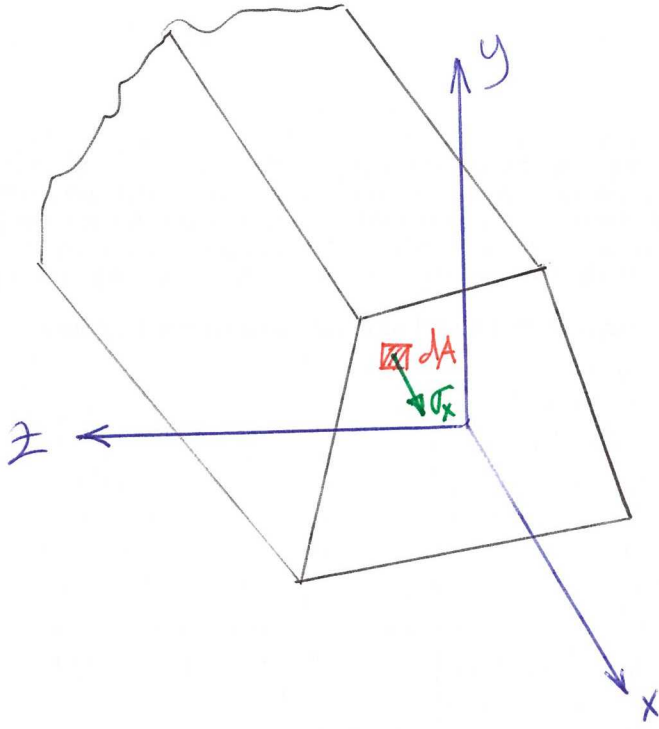


## BİLEŞİK EĞİLME



Herhangi bir eksen'e göre simetrisi olmayan bir kiriş  $M_y$  ve  $M_z$  momentleri altındaki gerilme fonksiyonunu (düzlem) yazarsak:

$$\sigma_x(y, z) = C_1 y + C_2 z \quad (a)$$

burada  $C_1$  ve  $C_2$  'ler sabit sayılardır.

Ayrıca moment ve gerilmeler arasındaki ilişkinden

$$\int_A z \cdot \sigma_x dA = M_y \quad (b)$$

$$\int_A y \cdot \sigma_x dA = -M_z \quad (c)$$

(b) ve (c) 'de (a) 'yı yerine koyarsak

$$M_y = \int_A z \cdot (C_1 y + C_2 z) dA = C_1 \underbrace{\int_A y z dA}_{I_{yz}} + C_2 \underbrace{\int_A z^2 dA}_{I_{yy}}$$

$$-M_z = \int_A y (C_1 y + C_2 z) dA = C_1 \underbrace{\int_A y^2 dA}_{I_{zz}} + C_2 \underbrace{\int_A y z dA}_{I_{yz}}$$

Düzenlersek denklemler şu hali alır;

$$C_1 I_{yz} + C_2 I_{yy} = M_y \quad (d)$$

$$C_1 I_{zz} + C_2 I_{yz} = -M_z \quad (e)$$

Matris formunda yazıp çözersek;

$$\begin{bmatrix} I_{yz} & I_{yy} \\ I_{zz} & I_{yz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} M_y \\ -M_z \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{yz} & I_{yy} \\ I_{zz} & I_{yz} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} M_y \\ -M_z \end{Bmatrix}$$

$$= \frac{1}{I_{yz}^2 - I_{yy} I_{zz}} \begin{bmatrix} I_{yz} & -I_{yy} \\ -I_{zz} & I_{yz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_y \\ -M_z \end{Bmatrix}$$

(2)

$$\begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{Bmatrix} = \frac{1}{I_{yz}^2 - I_{yy}I_{zz}} \begin{Bmatrix} M_y I_{yz} + M_z I_{yy} \\ -M_y I_{zz} - M_z I_{yz} \end{Bmatrix}$$

Bulunan  $C_1$  ve  $C_2$  yi  $(a)'$  den yerine koyarsak

$$\sigma_x = \left( \frac{-M_y I_{yz} - M_z I_{yy}}{I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2} \right) y + \left( \frac{M_y I_{zz} + M_z I_{yz}}{I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2} \right) z$$

Gerilmenin sıfır olduğu nötr eksenini bulmak için;

$$\sigma_x = 0$$

$$0 = \left( \frac{-M_y I_{yz} - M_z I_{yy}}{\cancel{I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2}} \right) y + \left( \frac{M_y I_{zz} + M_z I_{yz}}{\cancel{I_{yy}I_{zz} - I_{yz}^2}} \right) z$$

$$\frac{z}{y} = \frac{M_y I_{yz} + M_z I_{yy}}{M_y I_{zz} + M_z I_{yz}} = \tan \beta$$

